

# **Cálculo de la Tasa Social de Descuento para Proyectos de Inversión Pública Ambientales**

**DGPI- MEF  
Noviembre 2011**

## Índice

	Página
1. Objetivo del estudio	3
2. Antecedentes sobre las tasas sociales de descuento para proyectos Ambientales	3
3. Marco teórico	4
3.1 El carácter especial de los proyectos ambientales	4
3.2 El empleo de la tasa social de preferencia por el tiempo	6
4. Estimación de la tasa social de descuento para proyectos ambientales	9
5. Conclusiones y recomendaciones	12
6. Bibliografía	14
Anexo N° 1: Fórmula de Ramsey	17
Anexo N° 2: Fórmula de Feldstein	19
Anexo N° 3: Cálculo de la tasa social de descuento de largo plazo de Ramsey	21
Anexo N° 4: Cálculo de la tasa social de descuento de largo plazo de Feldstein	22

## **1. Objetivo del estudio**

El objetivo del presente trabajo es estimar las tasas sociales de descuento para proyectos de inversión pública ambientales.

## **2. Antecedentes sobre las tasas sociales de descuento para proyectos ambientales**

Uno de los primeros economistas en plantear la necesidad de calcular tasas de descuento especiales para proyectos ambientales fue Arrow (1995). El punto de partida de su análisis es el hecho que para enfrentar el cambio climático solo hay tres alternativas de política: (i) reducir las emisiones de dióxido de carbono y otros gases de efecto invernadero, (ii) mitigarlas (por ejemplo, construir diques para contrarrestar el aumento del nivel de los mares y los ríos) o (iii) adaptarse a ellas (por ejemplo, cambiar los métodos de producción, especialmente en la agricultura). Si elegimos una de las dos últimas alternativas, los tiempos de maduración son similares a los de un proyecto de inversión típico y la tasa social de descuento debe ser, por lo tanto, la misma.

Sin embargo, si elegimos la primera alternativa, debe tomarse en cuenta que los efectos de los gases con efecto invernadero dependen de su concentración, es decir, de su stock en la atmósfera y que, por lo tanto, el resultado inmediato de cualquier esfuerzo para reducir las emisiones será muy pequeño. Para reducir la concentración se requerirá de esfuerzos sostenidos en el tiempo, cuyos efectos serán visibles en plazos muy largos, no menores de 50 años.

Esta longitud de tiempo entre los costos y los beneficios hace que la elección de la tasa social de descuento sea especialmente importante. Arrow pone, a manera de ejemplo, el caso de una inversión pública que genera beneficios solo a partir del año 50. Si se utilizara una tasa social de descuento de 10%, que es la tasa que se utilizó en los Estados Unidos hasta 1992, el valor actual de un beneficio de US\$ 1 del año 50 sería menor de un centavo. Esto haría que nadie tome en serio una política para reducir las emisiones de efecto invernadero, salvo que exista la certeza de una catástrofe.

Arrow propuso calcular la tasa social de descuento a partir de la maximización de una función de utilidad social, de tal manera que se obtiene la fórmula de Ramsey-Cass-Koopmans:

$$TSD = \rho + \theta g \quad (1)$$

Donde  $\rho$  es la tasa de preferencia pura por el tiempo,  $\theta$  la elasticidad de la utilidad marginal del consumo y  $g$  la tasa de crecimiento del consumo per cápita.

Once años después, en diciembre de 2006 el gobierno británico publicó el Informe Sobre la Economía del Cambio Climático, elaborado por un equipo liderado por el economista Nicholas Stern (2007), por encargo del Ministro de Economía y Finanzas. En la primera parte de dicho estudio, mejor conocido como el Informe Stern, se analiza la evidencia sobre los impactos económicos del cambio climático y los aspectos económicos relacionados con la estabilización de los gases de efecto invernadero en la atmósfera. En la segunda parte se considera los retos que enfrenta la política económica para administrar la transición hacia una economía con bajos niveles de carbono y asegurar que las sociedades puedan adaptarse a las consecuencias de los cambios climáticos que ya no pueden evitarse.

El informe señala que el cambio climático afectará los elementos básicos de la vida de las personas en todo el mundo: el acceso al agua, la producción de alimentos, la salud y el medio ambiente. De acuerdo con las estimaciones de los expertos, los costos del cambio climático serán equivalentes a la pérdida de por lo menos el 5% del PBI global cada año, desde el momento actual y de manera indefinida. Y, si se toma en cuenta un mayor rango de riesgos e impactos, las estimaciones de los daños podrían aumentar hasta 20% del PBI o más. En cambio, los costos de emprender acciones, es decir, de reducir las emisiones de gas de efecto invernadero para evitar los peores impactos del cambio climático, se pueden limitar a alrededor de 1% del PBI global cada año.

Desde esta perspectiva, la elección de las tasas de descuento juega un rol crucial, puesto que una tasa alta juega en contra de las inversiones para reducir las emisiones en el presente, dado que las ganancias que se obtienen con un clima mejor y más seguro en el futuro están muy distantes en el tiempo y su factor de descuento es, por lo tanto, muy elevado. El informe propone, al igual que Arrow, utilizar la fórmula de tasa de descuento de Ramsey-Cass-Koopmans (ver la ecuación 1) y recomienda un valor de ( $\rho$ ) de 0.10%, una elasticidad de la utilidad marginal del consumo ( $\theta$ ) unitaria, y dado que la tasa estimada por el modelo PAGE2002 del consumo promedio per cápita mundial para el periodo 2001-2020 era de 1,3%, esta combinación de valores da como resultado una tasa social de descuento de 1,4%.

### **3. Marco teórico**

#### **3.1 El carácter especial de los proyectos ambientales**

El diseño y la evaluación de los proyectos que tienen un contenido ambiental presentan una serie de peculiaridades respecto al resto de proyectos públicos. Pindyck (2006) señaló los siguientes problemas:

- a) En primer lugar, nunca se puede conocer con certeza cuáles serán los beneficios de una reducción del daño ambiental, e incluso del volumen de daño ambiental que se verá reducido como resultado del proyecto. Así, por ejemplo, la relación entre las concentraciones de gas con efecto invernadero, las temperaturas y los patrones climáticos son inherentemente aleatorios. Asimismo, tampoco sabemos cómo es que los seres humanos se adaptarán a estos cambios.
- b) En segundo lugar, usualmente no se sabe cuáles serán los costos actuales y futuros de una política. Así, por ejemplo, en el caso de un impuesto a las emisiones de carbono, no se puede saber cómo reaccionarán los consumidores y los fabricantes. Es decir, hasta qué punto los consumidores utilizarán menos combustible y comprarán autos y sistemas de calefacción más eficientes en el uso de combustible.
- c) Y, en tercer lugar, existe desacuerdo entre los economistas respecto a la tasa de descuento que mejor refleja las preferencias de la sociedad respecto al tiempo y al riesgo. E incluso, aun si hubiera un consenso respecto al concepto teórico de cuál es la tasa "correcta", por ejemplo, la tasa de rendimiento marginal social del capital, incertidumbre respecto a los valores que tomarían las tasas de descuento en el presente y el futuro. El rendimiento marginal del capital es difícil de medir y su evolución futura es incierta.

Pindyck también señala que los problemas de incertidumbre que están involucrados en los proyectos ambientales son de una naturaleza distinta a los que se presentan en otros proyectos públicos como los de la seguridad social, donde los riesgos se pueden anticipar y manejar de manera bastante aceptable. En efecto, en este tipo de proyectos se pueden hacer buenas estimaciones respecto a las variaciones en la prevalencia de enfermedades, los costos médicos,

los ingresos y las tasas de ahorro para distintos grupos demográficos. Los riesgos inherentes en los proyectos ambientales presentan tres tipos de complicaciones:

- a) Las funciones de costos y beneficios tienden a ser altamente no lineales. Así por ejemplo, los daños causados por la contaminación del aire o del agua o por las emisiones de efecto invernadero no aumentan en forma lineal respecto a los niveles de contaminación o de emisión. El daño puede ser imperceptible para bajos niveles de contaminación, para luego tornarse severo e incluso catastrófico una vez que se sobrepasa un determinado umbral, el cual también es incierto.
- b) Las políticas ambientales tienen efectos irreversibles importantes y estos efectos pueden interactuar de una manera complicada e incierta. Existen dos tipos de efectos que actúan en direcciones opuestas. En primer lugar, las políticas que buscan reducir el deterioro ambiental casi siempre imponen costos hundidos en la sociedad. Así, por ejemplo, las empresas generadoras que queman carbón pueden verse obligadas a instalar sistemas de descontaminación, o a pagar indemnizaciones. En segundo lugar, el daño ambiental suele ser parcial o totalmente irreversible. Por ejemplo, las acumulaciones de gas con efecto invernadero tienen una larga duración. Aun si se redujese estas emisiones de manera drástica, tomaría muchos años para que se puedan reducir los niveles de concentración atmosférica.
- c) Las políticas ambientales, a diferencia de la mayoría de los proyectos de inversión, tienen horizontes muy largos. Los cálculos del VAN para las inversiones de las empresas muy raras veces van más allá de los 20 o 25 años, pero los costos y en especial los beneficios de una política ambiental pueden extenderse por 100 años o más. Los problemas del cambio climático global y de los residuos nucleares son un claro ejemplo. Asimismo, las políticas relativas a los bosques y los ecosistemas pueden tener consecuencias que se extienden por muchas décadas. Lo mismo ocurre con la contaminación química de la tierra o el agua. La extinción de una especie es, por definición, un daño permanente.

### **3.2 El empleo de la tasa social de preferencia por el tiempo**

Como es bien conocido, existe una diversidad de metodologías para calcular la tasa social de descuento. Las metodologías más conocidas son las que están basadas en el rendimiento marginal de las inversiones privadas, el promedio ponderado de los rendimientos de las inversiones privadas y de los ahorros y el precio sombra del capital.

Sin embargo, tal como lo señalan Percoco y Nijkamp (2006) en los últimos años existe un número cada vez mayor de economistas que sostiene que la tasa de descuento apropiada para evaluar los proyectos de inversión pública debería ser la tasa social de preferencia por el tiempo, especialmente cuando se trata de proyectos de carácter ambiental. Estos argumentos toman como punto de partida los trabajos de Sen (1961, 1967) como Marglin (1963) y Lind (1964) respecto a que las decisiones para financiar un proyecto público son el resultado de un contrato social entre los ciudadanos para aumentar sus ahorros totales para que estos sean invertidos en proyectos que produzcan beneficios netos para las generaciones futuras. Este contrato permite una tasa de inversión agregada mayor de la que permitirían las tasas de preferencia individuales o privadas.

Es interesante citar a Marglin (1963, p. 95) cuando se plantea la pregunta ¿por qué los gobiernos exigen que los ciudadanos sacrifiquen consumo presente para llevar a cabo inversiones que no rendirán beneficios sino hasta después de que estén muertos todos los que fueron obligados a realizar el sacrificio? Marglin señala que existen tres respuestas posibles. La primera es la autoritaria: el gobierno es el guardián de las generaciones futuras así como de los intereses de la generación actual. El gobierno maximiza, por lo tanto, una función de utilidad social que considera tanto las utilidades de los miembros de la sociedad, tanto de la generación

actual como de las generaciones futuras. La segunda respuesta es que los individuos tienen funciones de utilidad distintas como “agentes económicos” y como “ciudadanos”. El caso típico de esta “esquizofrenia” es del individuo que como ciudadano elige un reglamento de tráfico con multas no negociables, mientras que como agente económico preferiría un sistema que le permitiría negociar con los policías para ahorrar tiempo y dinero. Este argumento refuerza la necesidad de la intervención autoritaria. La tercera respuesta se basa en el argumento de la “interdependencia”: la utilidad de cada individuo también depende del consumo presente y futuro del resto de la sociedad. Esta interdependencia nos conduce a que resulte socialmente conveniente llevar a cabo proyectos que los individuos no emprenderían si tuvieran que tomar sus decisiones en forma aislada.

Esta es la famosa “paradoja del aislamiento” planteada por Sen (1961, 1967), donde las decisiones relativas a los proyectos públicos pueden ser analizados desde la perspectiva del *dilema del prisionero*: ninguna persona quiere aumentar su tasa de ahorro en forma aislada, pero sí estaría de acuerdo con hacerlo si sabe que los demás también están aumentando su tasa de ahorro. En este contexto, la tasa de descuento debería estar por debajo de la tasa de rendimiento de los ahorros y reflejar las preferencias individuales por el tiempo.

### a) La fórmula de Ramsey- Cass-Koopmans

La fórmula más utilizada es la que se desprende de los trabajos de Ramsey (1928), Cass (1965) y Koopmans (1965) y que se muestra en la ecuación (1). Tal como se puede apreciar en el anexo N° 1, esta fórmula se obtiene bajo el supuesto de que un planificador social busca la tasa de ahorro que maximiza el valor actual de las utilidades que obtienen las sucesivas generaciones de personas que habitan un país a través del tiempo. La cuales depende del volumen consumido en dicho periodo ( $c_{it}$ ). Es decir, la utilidad total que obtienen los individuos de la generación correspondiente al periodo  $t$  ( $U_t$ ) es igual a la suma de las utilidades individuales, ( $u_{it}$ ):

$$U_t = \sum_{i=1}^N u_{it}(c_{it}) \quad (2)$$

Donde  $c_i$  es el consumo per cápita de cada miembro de la sociedad y  $N$  es el número de habitantes. Si todos los consumidores son idénticos, la ecuación anterior se convierte en:

$$U = L_t u(c_t) \quad (2')$$

Donde  $L_t$  es el número de habitantes en cada generación  $t$ ,  $c_t$  el consumo promedio per cápita de los habitantes de dicha generación y  $u(\cdot)$  es la función de utilidad del individuo representativo, la cual se supone que es la misma para todas las generaciones.

El resultado de la optimización es una tasa de ahorro que implica una tasa de descuento igual a la que hoy todos conocen como la fórmula de Ramsey, pero que en realidad fue desarrollada por Cass y Koopmans en base al trabajo preliminar del primero de los nombrados. Esta fórmula  $TSD = \rho + \theta g$ , tiene dos componentes básicos. El primero es la tasa de preferencia por el tiempo ( $\rho$ ), que refleja la impaciencia de la sociedad, es decir, la preferencia por el consumo inmediato. Algunos economistas como Pearce y Ulph (1995) descomponen esta variable en dos partes:  $\rho = \delta + \dot{L}$ , donde  $\delta$  es la tasa de preferencia por el tiempo “pura”, es decir la tasa a la cual descontamos la utilidad de las personas del futuro por el único y simple hecho de que esta utilidad llega más tarde. El segundo término  $\dot{L}$  mide el aumento o disminución en el riesgo de vida: si las probabilidades de vivir empeoran con el tiempo, entonces ( $\rho$ ) debe aumentar y si estas probabilidades disminuyen, entonces ( $\rho$ ) debe disminuir.

El segundo término ( $\theta g$ ) mide la tasa de cambio en el tiempo de la utilidad marginal del consumo. Tal como lo señala Schelling (1995, p. 397), este segundo componente mide la reticencia de la sociedad a transferir recursos hacia períodos futuros donde la productividad va a ser mayor. En efecto, ( $\theta$ ) es la elasticidad de la utilidad marginal del consumo y representa la

prima por riesgo de una inversión que tiene un 50% de probabilidad de generar un determinado ingreso. En otras palabras, tal como lo señalan Pearce et al. (2003) este coeficiente representa la “aversión de los individuos hacia la fluctuación en su ingreso”.

Dado que ( $\theta$ ) mide el porcentaje de disminución de la utilidad marginal del consumo cada vez que el consumo per cápita aumenta en un punto porcentual, el producto ( $\theta g$ ) representa la caída total de la utilidad marginal del consumo. Es decir, la prima por riesgo que la sociedad exige para cubrir la incertidumbre de que su sacrificio sea efectivamente beneficioso para las generaciones futuras.

Arrow (1995) llamó la atención en la necesidad de estimar los parámetros  $\rho$  y  $\theta$  de tal manera que estos sean consistentes con el equilibrio de los agregados macroeconómicos, y en especial, de la tasa de ahorro de la economía. En efecto, es importante tomar en cuenta que Ramsey buscaba la tasa de ahorro ( $s$ ) que maximiza el valor actual de utilidad intergeneracional. El modelo original suponía que la función de producción tiene proporciones constantes, de tal manera que la productividad media y marginal del capital son idénticas. Esto significa que la condición para que la economía pueda crecer de manera permanente ( $g$ ), de acuerdo con modelo de Harrod-Domar, se puede expresar como:

$$g = sr \quad (2)$$

Donde ( $s$ ) es la tasa de ahorro ( $S/Y$ ) y  $r$  es la tasa de interés. Dado que la tasa de interés en el modelo de Ramsey está dada por la ecuación (1), se puede reemplazar el valor de  $g$  de la ecuación (2) en (1) para obtener:

$$s = \frac{r - \rho}{\theta r} \quad (3)$$

Ramsey (1928, p. 543) suponía que era éticamente indefendible plantear que la tasa de preferencia por el tiempo podía ser positiva, por lo finalmente dedujo que la tasa de ahorro óptima era la inversa de ( $\theta$ ), es decir, de la elasticidad de la utilidad marginal del consumo. Es decir,  $s = 1/\theta$ .

Desde esta perspectiva, Arrow señaló que suponer que  $\rho=0$  y  $\theta=1$ , como efectivamente se hizo diez años después en el informe Stern, equivalía a fijar una tasa de ahorro de 100%, lo cual es inaceptable. La misma objeción fue planteada por Weitzman (2007) y Nordhaus (2007) en sus comentarios al informe Stern.

### b) La fórmula de Feldstein

Existe, sin embargo, una variante planteada por Feldstein (1965), donde la función de utilidad social no es la suma simple de las funciones de utilidad individuales y toma la siguiente forma:

$$U = N^\alpha u(c) \quad (4)$$

Donde  $\alpha$  es un parámetro que mide el efecto del aumento de la población sobre la utilidad de la sociedad en su conjunto. Feldstein supone que  $0 \geq \alpha \leq 1$ , es decir, la utilidad de la sociedad crece menos que proporcionalmente respecto al aumento de la población.

Sin embargo, dado que Feldstein desarrolló su modelo mediante ecuaciones con tiempo discreto, la fórmula que obtuvo no es fácil de comparar directamente con la de Ramsey. En el anexo N° 2 se desarrolla una versión en tiempo continuo, donde se obtiene la siguiente fórmula de la tasa social de descuento:

$$TSD = \rho + \theta g + (1-\alpha)n(5)$$

Donde  $n$  es la tasa de crecimiento de la población. Tal como se puede apreciar, la fórmula de Feldstein contiene tres términos y los dos primeros son idénticos a la de la ecuación (1), es decir, a la fórmula de Ramsey. El tercer término es una prima adicional por el malestar que experimenta la sociedad actual cuando sabe que la tasa de crecimiento de la población ( $n$ ) va a ser mayor. De acuerdo con esta fórmula, la sociedad es más cuidadosa para seleccionar los proyectos de inversión cuando sabe que la población va a crecer a una tasa mayor. En el caso especial donde  $\alpha=1$ , la utilidad social es la suma de las utilidades individuales y a la sociedad actual no le importa el tamaño de las generaciones futuras.

Este procedimiento, en su versión discreta<sup>1</sup> fue el que utilizaron Valentim y Prado (2008) para estimar la tasa social de descuento para Brasil.

### 3.3 El empleo de tasas de descuento hiperbólicas

La mayoría de aplicaciones de la fórmula de Ramsey consideran que la tasa social de descuento es constante e independiente del tiempo. Sin embargo, existe una tendencia a considerar que esta tasa debería ser decreciente. El primer autor que planteó esta idea fue Strotz (1956) mediante un modelo donde las personas pueden tener aplicar una estrategia de utilizar una tasa de descuento decreciente para evitar la tentación de desviarse de la trayectoria óptima de ahorro. Esta idea fue retomada por Phelpsy Pollak (1968) quienes introdujeron tasas de descuento hiperbólicas en moldeo intergeneracional de decisiones de consumo y ahorro.

La evidencia recopilada mediante experimentos en los últimos años es consistente con este tipo de comportamiento. Así, por ejemplo, en un estudio realizado por Thaler (1981) se analiza el experimento realizado con una muestra de personas para que muestren sus preferencias respecto a las siguientes alternativas:

- (1a) Tener una manzana hoy
- (1b) Tener dos manzanas el día de mañana
- (2a) Tener una manzana dentro de un año
- (2b) Tener dos manzanas dentro de un año y un día.

La mayoría de entrevistados prefirió (1a) en lugar de (1b), pero las mismas personas preferían (2b) a (2a). Un resultado similar se halló en el estudio de Ainslie y Haslam (1992) donde se encontró que “la mayoría de personas dice que preferiría tener un premio de US \$100 disponibles de manera inmediata en lugar de un cheque certificado de US \$200 que no puede ser cobrado antes de dos años. Las mismas personas preferirían un cheque certificado de US\$ 200 que no puede ser cobrado antes de ocho años a un cheque certificado de US\$ que no puede ser cobrado antes de seis años.

Weitzman (1998, 1999) introdujo un segundo argumento, basado en la incertidumbre sobre el futuro, especialmente en lo que se refiere a la evolución de las tasas de interés. Gollier (2002a y 2002b) desarrolló este argumento precisando que el problema de la incertidumbre no es con las tasas de interés sino sobre los escenarios dentro de los cuales se va a desenvolver la economía. Esto significa que lo que hay que promediar no son las tasas de interés sino los factores de descuento. En efecto, supongamos que hay diez escenarios posibles donde las tasas de interés están comprendidas entre 1% y 10% y que todos los escenarios son igualmente probables. Es decir,  $p_1 = p_2 = \dots = p_{10} = 0.1$ . En las filas de la matriz que aparece en el cuadro N°1 se muestran estos 10 escenarios y en las columnas los períodos de tiempo a considerar para la actualización. Cada uno de los elementos de la matriz es el factor de descuento correspondiente a la tasa de interés de la fila correspondiente y al número de años de la columna respectiva.

---

<sup>1</sup> La fórmula utilizada fue  $TSD = (1+n)^{1-\alpha}(1+g)^{\beta}(1+p)$

Así, por ejemplo, promedio de los factores de descuento correspondientes a un plazo de tiempo de 10 años es 0,61 y este factor equivale a una tasa de descuento de 5,07%. En efecto, es fácil comprobar que  $(1.057)^{-10} = 0.61$ . Para un plazo de tiempo de 50 años el factor de descuento promedio es 0,157 y la tasa de descuento equivalente es 3,7%. Del mismo modo se puede comprobar que para plazos de tiempo de 100, 200 y 500 años las tasas de descuento equivalentes son 2,87%, 2,09% y 1,46%, respectivamente, tal como se puede apreciar en el cuadro N° 1. Estas tasas de descuento decrecen a medida que aumenta el plazo de tiempo.

**Cuadro N° 1: Ejemplo numérico de las tasas de descuento equivalentes de Gollier**

Escenarios de tasas de interés	Factores de descuento en el periodo t				
	10	50	100	200	500
1%	0.905	0.608	0.370	0.137	0.007
2%	0.820	0.372	0.138	0.019	0.000
3%	0.744	0.228	0.052	0.003	0.000
4%	0.676	0.141	0.020	0.000	0.000
5%	0.614	0.087	0.008	0.000	0.000
6%	0.558	0.054	0.003	0.000	0.000
7%	0.508	0.034	0.001	0.000	0.000
8%	0.463	0.021	0.000	0.000	0.000
9%	0.422	0.013	0.000	0.000	0.000
10%	0.386	0.009	0.000	0.000	0.000
Factor de descuento equivalente	0.610	0.157	0.059	0.016	0.001
Tasa de descuento equivalente	5.07%	3.78%	2.87%	2.09%	1.46%

#### 4. Estimación de la tasa social de descuento para proyectos ambientales

Para la estimación de la tasa social de descuento se utilizarán tanto la fórmula de Ramsey como la de Feldstein, las cuales serán designadas con los sub índices R y F, respectivamente. Dichas fórmulas, como se ha visto, son las siguientes:

$$TSD_R = \rho + \theta g \quad (6)$$

$$TSD_F = \rho + \theta g + (1-\alpha)n \quad (7)$$

Como es bien conocido, el principal problema con estas fórmulas es la determinación de los valores de  $\rho$  y  $\theta$ , es decir, la tasa de preferencia por el tiempo pura y la elasticidad de la utilidad marginal del consumo.

En el caso de la tasa de preferencia por el tiempo ( $\rho$ ), los estudios realizados en los países industrializados han escogido un valor entre 0,5% y 1,5%. En el caso del Reino Unido, el estudio de Pearce y Ulph (1995) empleó valores comprendidos entre 0 y 0,5%, mientras que en el de Estados Unidos, el estudio de Azar (2009) utilizó un valor de 0,5% y en el de Francia, el Comisariato del Plan (2005) utilizó 1%. Zhuang et al. (2007) en un estudio para cuatro países asiáticos (Indonesia, Japón, Malasia y Singapur) emplearon un valor de 1,5% y un estudio reciente de la Comisión Europea (2008) utiliza valores comprendidos entre 0,9% y 1%.

Para el caso de América Latina, un estudio realizado por López (2008) utiliza una tasa de 1% para los nueve países analizados, incluyendo el Perú.

Existen varias teorías para explicar la tasa de preferencia por el tiempo. La más popular está basada en la tasa de mortalidad. La idea es que cuanto mayor es la probabilidad de morir de una persona, más alto es el valor que le da al consumo presente. Sin embargo, esta tasa está afectada por los problemas de la mortalidad infantil y la edad promedio de la población. Así, por ejemplo, la mayoría de países industrializados tiene una tasa de mortalidad mayor de 1%, mientras que los países latinoamericanos suelen tener tasas entre 0,6% y 0,7%, excepto Argentina y Uruguay que tienen tasas de 0,8%. Esta menor tasa de mortalidad en América Latina se debe a que su población es más joven en promedio que la de los países industrializados.

Para fines del presente estudio utilizaremos un valor de  $\rho$  de 1%, dado que no existe evidencia de la necesidad de elegir un valor mayor o menor.

Existe mayor discrepancia respecto al valor que debe tomar la elasticidad de la utilidad marginal del consumo,  $\theta$ . Esta elasticidad también mide la tasa de aversión al riesgo.

En el caso de Estados Unidos, Azar (2009) utilizó una elasticidad unitaria, mientras que en el Reino Unido Pearce y Ulph (1995) utilizaron un valor de 1,5 y en el de Francia el Comisariato del Plan (2005) utilizó un valor de 2. Zhuang et al. (2007) en su estudio para cuatro países asiáticos utilizaron un valor de 1,3 y el estudio de la Comisión Europea empleó valores comprendidos entre 1,20 y 1,79 para los países con mayor grado de desarrollo y entre 1,12 y 1,68 para los de menor desarrollo.

En el caso de América Latina, el estudio de López estimó valores comprendidos entre 1,1 para Honduras y 1,9 para Perú, mientras que Argentina y Chile tenían un valor de 1,3, Bolivia 1,5 y Colombia 1,8. Esta elasticidad fue calculada como el cociente entre la tasa de tributación marginal efectiva y la tasa media de tributación. Este cociente mide la progresividad de la estructura impositiva de un país la cual refleja la importancia que se le da a la redistribución del ingreso. Una sociedad con carácter más redistributivo sería más adversa al riesgo que otra sociedad donde la estructura impositiva es igualitaria.

Desde esta perspectiva, se ha considerado apropiado tomar un valor de  $\theta$  igual a 2. En el caso de la tasa de crecimiento del consumo per cápita, sabemos que su valor promedio en la última década ha sido de 4%.

Para probar la consistencia de estos parámetros hemos considerado la ecuación de la tasa de ahorro de equilibrio sostenido que se obtiene con el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans, que es la siguiente<sup>2</sup>:

$$s^* = \frac{\beta(n+g+\delta)}{(\rho+\delta+\theta g)} \quad (8)$$

De acuerdo con el método de Gollier (2002a y 2002b) que es aplicado por la autoridad de planificación francesa, se construyen escenarios posibles para la evolución futura de la tasa de crecimiento del consumo per cápita. Podemos plantear 3 escenarios probables para la economía peruana: (i) escenario optimista, donde dicha variable sigue creciendo a la tasa de 4%, (ii) escenario moderado, donde dicha tasa es de 2% y (iii) escenario pesimista, donde la tasa es de 0,5%. De acuerdo con los parámetros planteados más arriba, las tasas sociales de descuento de

---

<sup>2</sup> Ver Barro et al. (1995), p. 78

Ramsey sería de 9%, 5% y 2% en los escenarios (i), (ii) y (iii) respectivamente. Las tasas de descuento de Feldstein serían 9,64%, 5,64% y 2,64%, respectivamente.

Si le asignamos una probabilidad de 1/3 a cada escenario y calculamos la TSD equivalente, de acuerdo con el procedimiento descrito en el cuadro N° 1, obtenemos las tasas que se muestran en el cuadro N° 2. De acuerdo con las recomendaciones de la autoridad francesa, la TSD de largo plazo se aplica solo a proyectos cuya maduración es de por lo menos 30 años.

**Cuadro N° 2: Valores estimados de la tasa social de descuento según los métodos de Ramsey y Feldstein ( $p_1=1/3$ ,  $p_2=1/3$ ,  $p_3=1/3$ )**

Horizonte temporal	Ramsey	Feldstein
30 años	4.26%	4.90%
50 años	3.76%	4.41%
75 años	3.34%	3.99%
100 años	3.07%	3.72%
125 años	2.88%	3.52%
150 años	2.74%	3.39%
175 años	2.64%	3.28%
200 años	2.56%	3.20%

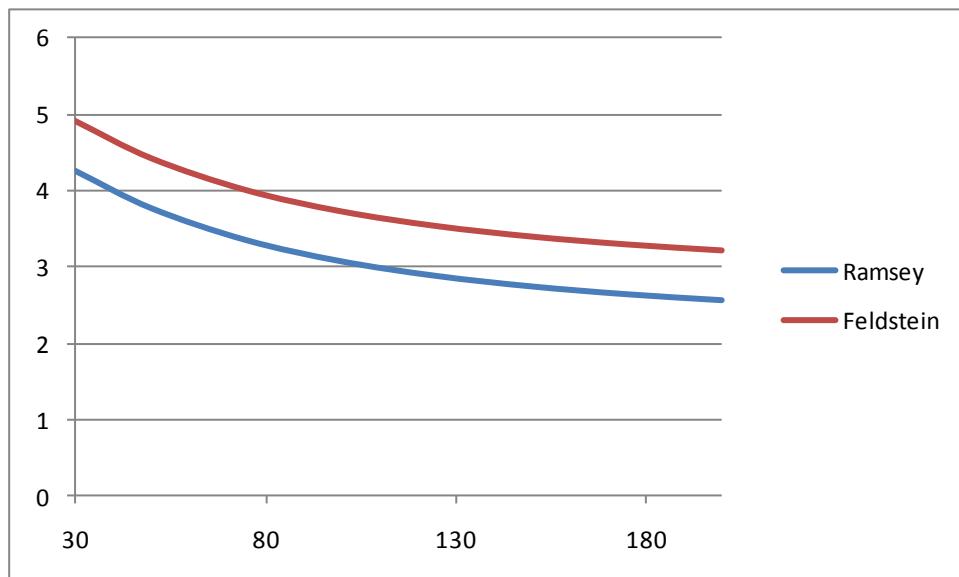
Tal como se puede apreciar en el cuadro N° 2, las tasas sociales de descuento van descendiendo desde 4,26% hasta 2,56% cuando se aplica el método de Ramsey, y de 4,90% a 3,20% cuando se aplica el método de Feldstein. Para un mayor detalle sobre los cálculos se puede consultar los anexos N°s 3 y 4.

Para evaluar la sensibilidad de las estimaciones a los supuestos sobre los escenarios, podemos aplicar el método de Gollier a una segunda y tercera combinación de escenarios. En la segunda combinación de escenarios los supuestos son similares a los que se utilizó en Francia: la probabilidad de que el consumo per capital crezca a 4% es de 2/3 y la probabilidad de que crezca a 0,5% es de 1/3. En la tercera combinación la probabilidad de crecimiento de 2% es 1/2 mientras que las tasas de 4% y 0,5% tienen probabilidades de 1/4 cada una. Las estimaciones se muestran en el cuadro N° 3. Tal como se puede apreciar, en el cuadro N° 3, las variaciones son comparativamente pequeñas.

En síntesis, la tasa social de descuento para los proyectos cuyo tiempo de maduración es menor de 30 años sería 9% o 9,64%, de acuerdo con el método elegido, mientras para tiempos de maduración mayores se utilizarían las tasas que se muestran en el cuadro N° 2 que corresponden al conjunto de escenarios básico. La primera combinación de escenarios sería la más realista, es decir, aquella donde las tres tasas de crecimiento tienen una probabilidad de ocurrencia de 1/3.

Para una primera aplicación de la TSD para proyectos ambientales se podría aplicar un horizonte de tiempo de 100 años, el cual sería un plazo razonable para tener efectos intergeneracionales importantes en términos de reducción del calentamiento global. Esto implicaría una TSD de 3,12% o de 3,77%, dependiendo de si se utiliza el método de Ramsey o el de Feldstein. Este último método parecería ser el más apropiado, dado que está basado en supuestos más realistas en lo que respecta a la suma de las utilidades individuales.

**Gráfico N° 1: Tasas de descuento hiperbólicas según los métodos de Ramsey (TSDr) y Feldstein (TSDf)**



**Cuadro N° 3: Valores estimados de la tasa social de descuento según los métodos de Ramsey y Feldstein (segunda y tercera combinación de escenarios)**

Horizonte temporal	$p_1=2/3, p_2=0, p_3=1/3$		$p_1=1/4, p_2=1/2, p_3=1/4$	
	Ramsey	Feldstein	Ramsey	Feldstein
30 años	4.96%	5.61%	4.43%	5.07%
50 años	4.12%	4.77%	4.01%	4.77%
75 años	3.49%	4.13%	3.61%	4.13%
100 años	3.12%	3.77%	3.31%	3.77%
125 años	2.90%	3.55%	3.09%	3.55%
150 años	2.75%	3.39%	2.93%	3.39%
175 años	2.64%	3.29%	2.80%	3.29%
200 años	2.56%	3.21%	2.71%	3.21%

## 5. Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo con el análisis y las estimaciones realizadas en el presente documento se formulan las siguientes recomendaciones:

- Los proyectos denominados ambientales, es decir, aquellos que buscan reducir la concentración de gases de efecto invernadero, requieren una tasa social de descuento menor de la que se aplica a la mayoría de proyectos del sector público. Esto se debe a que los beneficios que esto generan son perceptibles solo después de periodos de tiempo relativamente largos, por lo general, mayores de 50 años. A ello se le añade el carácter incierto sobre el tiempo que se requiere para que estos beneficios sean perceptibles.
- Existe consenso respecto a la necesidad de aplicar tasas de descuento decrecientes o hiperbólicas para los proyectos ambientales, de acuerdo con el horizonte de tiempo. El punto de partida son los métodos de Ramsey y el de Feldstein, con las modificaciones sugeridas por Gollier, tal como se aplica hoy en día en Francia.

- Para una primera aplicación de la TSD para proyectos ambientales en el Perú, se podría aplicar un horizonte de tiempo de 100 años, el cual sería un plazo razonable para tener efectos intergeneracionales importantes en términos de reducción del calentamiento global. Esto implicaría una TSD de 3,12% o de 3,77%, dependiendo de si se utiliza el método de Ramsey o el de Feldstein. El segundo método parecería ser el más apropiado, dado que está basado en supuestos más realistas en lo que respecta a la suma de las utilidades individuales. Esto implica una tasa de 3,77% que podría ser redondeada a 4%.

## 6. Bibliografía

- Ainslie, G. y N. Haslam (1992)  
“Hyperbolic discounting”, en G. Loewenstein y J. Elster (eds.), *Choice Over Time*. Russell Nueva York: Sage Foundation.
- Arrow, Kenneth (1995)  
Intergenerational Equity and the Rate of Discount in Long Term Social Investment”, en IPCC, ClimateChange 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change. Cambridge, MA: Cambridge University Press
- Azar, Samith Antoine (2009)  
“A Social Discount Rate for the US” en *International Research Journal of Finance and Economics*, ISSN 1450-2887 Issue 25 (2009) © EuroJournals Publishing, Inc. 2009 (<http://www.eurojournals.com/finance.htm>)
- Azfar, O. (1999),  
‘Rationalizing Hyperbolic Discounting’, en *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 38, N° 2, pp. 245-252.
- Barro, Robert y Xavier Sala-i-Martin (1995)  
*Economic Growth*. Nueva York: McGraw-Hill Inc.
- Carranza, Eliana, Jorge Fernández-Baca y Eduardo Morón (2003)  
“Peru: Markets, Government and the Sources of Growth”. Documento no publicado, preparado para el proyecto GDN-LACEA sobre Crecimiento Económico en América Latina y el Caribe.
- Cartes Fernando, Eduardo Contreras y José Miguel Cruz Cruz (2004). “La Tasa Social de Descuento en Chile”. Documento Centro de Gestión (CEGES), Universidad de Chile, N° 77.
- Commissariat Générale du Plan (2005)  
*Revision du Taux d'Actualisation des Investissements Publics*.
- European Commission (2008)  
*A Guide to Cost Benefit Analysis of Investment Projects*.
- Feldstein, Martin (1965)  
« The Derivation of Social Time Preference Rates », en *Kyklos*, vol. 28, pp. 277-287
- Gollier, Christian (2002a)  
“Time Horizon and the Discount Rate” en *Journal of Economic Theory*, vol. 107, pp. 463-473.
- Gollier, C. (2002b),  
“Discounting an Uncertain Future”, en *Journal of Public Economics*, vol. 85, N° 1, pp. 149-166
- Hepburn, Cameron (2006)  
“Discounting Climate Change Damages: Working Note for the Stern Review”, mimeo (<http://www.citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.129.8102>)
- Jensen, Michael y Martin Bailey (1972)  
“Risk and the Discount Rate for Investment” en Jensen, Michael (ed.) *Studies in the Theory of Capital Markets*. Praeger Publishers

- Lind, Robert C. (1964)  
 "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment: Further Comment" en *Quarterly Journal of Economics*, vol. 78, N° 2, mayo, pp. 336.345.
- López, Humberto (2008)  
 "The Social Discount Rate: Estimates for Nine Latin American Countries", Policy Research Working Paper 4639. The World Bank, Latin America and the Caribbean Region.
- Marglin, Stephen A. (1963)  
 "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment", en *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 77, N°1, febrero, pp. 95-111.
- Nordhaus, William (2007)  
 "A Review of the Stern Review on the Economics of Climate Change" en *The Journal of Economic Literature*, Vol. 45, No. 3, septiembre, pp. 686-702
- Pearce, David, Ben Groom, Cameron Hepburn y Phoebe Kounduri (2003)  
 "Valuing the Future: Recent Advances in Social Discounting", en *World Economics*, vol. 4, N°2, abril-junio, pp.
- Pearce, David y David Ulph (1995)  
 "A Social Discount Rate for the United Kingdom", Centre for Social and Economic Research on the Global Environment (CSERGE), ISSN 0967-8875
- Percoco, Marco y Peter Nijkamp (2006)  
 "Individual Time Preferences and Social Discounting: A Survey and a Meta-Analysis", ERSA Conference Papers, ersa06p345, European Regional Science Association.
- Phelps, E.S. y R. Pollak (1968)  
 "On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth", en *Review of Economic Studies*, vol. 35, N° 2, pp.185-199.
- Pindyck, Robert (2006)  
 "Uncertainty in Environmental Economics". National Bureau of Economic Research, WorkingPaper 12752 (<http://www.nber.org/papers/w12752>)
- Ramsey, Frank P. (1928)  
 "A Mathematical Theory of Saving", en *The Economic Journal*, vol. 38, N° 152, pp. 543-559.
- Sandmo, Agnar (1972)  
 "Discount Rates for Public Investments under Uncertainty", en *International Economic Review*, vol. 13, N° 2, junio, pp. 287-302.
- Schelling, Thomas C. (1995)  
 "Intergenerational Discounting" en *Energy Policy*, vol. 23, N° 4/5, pp. 395-401
- Sen, Amartya (1961)  
 "An Optimizing Rate of Saving" en *Economic Journal*, vol. 71, N°2 , pp. 479-96.
- Sen, Amartya (1967)  
 "Isolation, Assurance and the Social Rate of Discount", en *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 81, N° 1, febrero, pp. 112-124.
- Strotz, R.H. (1956)  
 "Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization", en *Review of Economic Studies*, vol. 23, N° 1, pp. 165-180.

Stern, Nicholas (2007)  
"The Economics of Climate Change: The Stern Review". Cambridge University Press.

Thaler R. (1981)  
"Some empirical evidence on dynamic inconsistency", en *Economics Letters*, vo. 8, N° 2, pp. 201-207

Valentim, Joice y Jose Mauricio Prado (2008)  
"Social Discount Rates" Social Science Research Network, Paper N° 1113323  
(<http://ssrn.com/abstract=1113323>)

Weitzman, Martin L. (2007)  
"A Review of "The Stern Review on the Economics of Climate" en *Journal of Economic Literature*, Vol. 45, No. 3, septiembre, pp. 703-724

Weitzman, M. (1999) 'Just keep on discounting, but ...', in P. Portney and J. Weyant (eds), *Discounting and Intergenerational Equity*, Washington DC: Resources for the Future.

Weitzman, Martin L. (1998)  
"Why the Far-Distant Future Should Be Discounted at Its Lowest Possible Rate", en *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 36, pp. 201-08.

Zhuang, Juzhong, ZhihongLiang, Tun Lin, y Franklin de Guzman (2007)  
"Theory and Practice in the Choice of Social Discount Rate for Cost -benefit Analysis: A Survey". Asian Development Bank, ERD Working Paper No. 94, mayo

## Anexo N° 1

### Fórmula de Ramsey

La utilidad de una persona en cada periodo  $t$  es una función del consumo promedio per cápita en dicho periodo,  $c_t$ , es decir:

$$u_t = u(c_t) \quad (1)$$

La utilidad de la sociedad es la suma de las utilidades individuales, y si todos los individuos tienen el mismo nivel de consumo y los mismos gustos tenemos que:

$$U_t = L_t u(c_t) \quad (2)$$

El consumo per cápita es la diferencia entre el producto per cápita  $y_t$ , y la inversión per cápita ( $I_t/L_t$ ), donde  $I_t$  y  $L_t$  representan la inversión total y la población total en el periodo  $t$ , respectivamente:

$$c_t = y_t - \frac{I_t}{L_t} \quad (3)$$

El producto per cápita es una función de la intensidad de uso del capital, es decir, del ratio  $K_t/L_t$ , al cual denominaremos  $k_t$ :

$$y_t = f(k_t) \quad (4)$$

Por otro lado, la inversión total ( $I_t$ ) es la variación del stock de capital en una fracción de tiempo, es decir:

$$I_t = \frac{dK_t}{dt} \quad (5)$$

La inversión per cápita va a estar definida, por lo tanto, como:

$$\frac{I_t}{L_t} = \frac{1}{L_t} \frac{dK_t}{dt} \quad (6)$$

Dado que  $K_t = L_t k_t$ , se puede demostrar que:

$$\frac{I_t}{L_t} = \frac{1}{L_t} \frac{dK_t}{dt} = \dot{k}_t + \frac{K_t}{L_t^2} \frac{dL}{dt} = \dot{k}_t + nk_t \quad (7)$$

Donde  $n$  es la tasa de crecimiento de la población. Si tomamos en cuenta las ecuaciones (3) y (4), obtenemos:

$$\dot{k}_t = f(k_t) - nk_t - c_t \quad (8)$$

Si  $\rho$  es la tasa de preferencia por el tiempo, el planificador social va a buscar maximizar el valor actual de las utilidades obtenidas en el transcurso del tiempo, sujeto a la relación que existe entre el consumo, el producto y la inversión, es decir:

$$\text{Max} \int_0^\infty L_t u(c_t) e^{-\rho t} dt$$

$$\text{sujeto a } \dot{k}_t = f(k_t) - nk_t - c_t \quad (8)$$

De acuerdo con la teoría del control óptimo el Hamiltoniano aumentado de este sistema es:

$$H = L_t u(c_t) e^{-\rho t} + \lambda [f(k) - nk_t c_t] \quad (9)$$

Las condiciones necesarias para un máximo son las siguientes:

$$\text{i)} \frac{\partial H}{\partial c_t} = 0$$

$$\text{ii)} \frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda$$

Si desarrollamos la primera condición obtenemos:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = L_t u'(c_t) e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad (10)$$

Esto significa que:  $\lambda = L_t u'(c_t) e^{-\rho t}$  (11)

El desarrollo de la segunda condición conduce al siguiente resultado:

$$\lambda = -\lambda [f'(k) - n] \quad (12)$$

La derivada de  $\lambda$  respecto al tiempo en la ecuación (11) es:

$$\dot{\lambda} = L_t u''(c_t) \dot{c}_t e^{-\rho t} + L_t u'(c_t) e^{-\rho t} - \rho L_t u'(c_t) e^{-\rho t} \quad (13)$$

Entonces, podemos reemplazar (11) y (13) en (12) para obtener:

$$L_t u''(c_t) \dot{c}_t e^{-\rho t} + L_t u'(c_t) e^{-\rho t} - \rho L_t u'(c_t) e^{-\rho t} + L_t u'(c_t) e^{-\rho t} [f'(k_t) - n] = 0 \quad (14)$$

Si dividimos todos los términos de la ecuación (14) entre  $L_t$  y  $e^{-\rho t}$ , esta se convierte en:

$$u''(c_t) \dot{c}_t + n u'(c_t) - \rho u'(c_t) + u'(c_t) [f'(k_t) - n] = 0 \quad (15)$$

Su simplificamos términos y despejamos  $f'(k)$  se verifica el siguiente resultado:

$$f'(k_t) = \rho - \frac{U'(c_t)}{U(c_t)} \dot{c}_t \quad (16)$$

Y, si multiplicamos y dividimos el segundo término del lado derecho por  $c_t$ , tendremos;

$$f'(k_t) = \rho - \frac{U'(c_t)}{U(c_t)} c_t \frac{\dot{c}_t}{c_t} \quad (17)$$

Esta ecuación se puede expresar de la siguiente manera:

$$r = f'(k_t) = \rho + \theta g \quad (18)$$

Donde  $r$  es la tasa de rendimiento de las inversiones,  $\rho$  la tasa de preferencia por el tiempo,  $\theta = -\frac{u}{U}c$  es la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso y  $g = \frac{\dot{c}}{c}$  es la tasa de crecimiento del consumo per cápita.

## Anexo 2

### Fórmula de Feldstein

Todos los individuos tienen la misma función de utilidad:

$$u_t = u(c_t) \quad (1)$$

Donde  $c_t$  es el consumo individual se supone igual para todos.

La utilidad social es igual a la suma de las utilidades individuales multiplicada por una función no negativa de la población:

$$U_t = \varphi(L_t)L_t u(c_t) \quad (2)$$

Tal como señala Feldstein (1964, p. 280) si la el tamaño de la población se duplica mientras que el consumo per cápita se mantiene a un nivel bajo, eso no significa que la utilidad de la sociedad se va a duplicar. Por lo tanto,  $\varphi(L_t)$  es una función definida de tal manera que  $\frac{\partial U_t}{\partial L_t} \leq 1$

Podemos suponer, por ejemplo, que:

$$U_t = L_t^\alpha u(c_t), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3)$$

La función de utilidad social es la suma de las utilidades descontadas con la tasa de preferencia por el tiempo:

$$S = \int_0^{\infty} U_t e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} L_t^\alpha u(c_t) e^{-pt} dt \quad (4)$$

Si maximizamos esta función con la misma restricción del modelo de Ramsey (ecuación 8 del anexo 1), es decir,  $k_t = f(k_t) - nk_t - c_t$ , obtenemos el siguiente Hamiltoniano:

$$H = L_t^\alpha U(c_t) e^{-pt} + \lambda [f(k) - nk_t - c_t] \quad (5)$$

Sabemos que condiciones necesarias para un máximo son las siguientes:

$$\text{i)} \quad \frac{\partial H}{\partial c_t} = 0$$

$$\text{ii)} \quad \frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda$$

Si desarrollamos la primera condición obtenemos:

$$\frac{\partial H}{\partial c_t} = L_t^\alpha U'(c_t) e^{-pt} - \lambda = 0 \quad (6)$$

Esto significa que:  $\lambda = L_t^\alpha U'(c_t) e^{-pt}$  (7)

El desarrollo de la segunda condición conduce al siguiente resultado:

$$\dot{\lambda} = -\lambda [f'(k_t) - n] \quad (8)$$

La derivada de  $\lambda$  respecto al tiempo en la ecuación (7) es la siguiente:

$$\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} = L_t^\alpha U''(c_t) \dot{c}_t e^{-pt} + \alpha L_t^{\alpha-1} L_t U'(c_t) e^{-pt} - \rho L_t^\alpha U'(c_t) e^{-pt} \quad (9)$$

Entonces, podemos reemplazar (7) y (9) en (8) para obtener:

$$L_t^\alpha U''(c_t) \dot{c}_t e^{-pt} + \alpha L_t^{\alpha-1} L_t U'(c_t) e^{-pt} - \rho L_t^\alpha U'(c_t) e^{-pt} [f'(k_t) - n] = 0 \quad (10)$$

Si dividimos todos los términos de la ecuación (10) entre  $L_t^\alpha$  y  $e^{-pt}$ , esta se convierte en:

$$U''(c_t) \dot{c}_t + \alpha n U'(c_t) - \rho U'(c_t) + U'(c_t) [f'(k_t) - n] = 0 \quad (15)$$

Su simplificamos términos y despejamos  $f'(k)$  se verifica el siguiente resultado:

$$f'(k_t) = \rho - \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} \dot{c}_t + (1-\alpha)n \quad (16)$$

Y, si multiplicamos y dividimos el segundo término del lado derecho por  $c_t$ , tendremos;

$$f'(k_t) = \rho - \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} c_t \frac{\dot{c}_t}{c_t} + (1-\alpha)n \quad (17)$$

Esta ecuación se puede expresar de la siguiente manera:

$$r = f'(k_t) = \rho + \theta g + (1-\alpha)n \quad (18)$$

Donde  $r$  es la tasa de rendimiento de las inversiones,  $\rho$  la tasa de preferencia por el tiempo,  $\theta = -\frac{U''}{U'} \frac{c}{c_t}$  es la elasticidad de la utilidad marginal del ingreso y  $g = \frac{\dot{c}}{c}$  es la tasa de crecimiento del consumo per cápita.

## Anexo N° 3

### Cálculo de la tasa social de descuento de largo plazo de Ramsey

#### A) Primera combinación de escenarios

( $p_1=1/3$ ,  $p_2= 1/3$ ,  $p_3=1/3$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9%	0.075	0.013	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5%	0.231	0.087	0.026	0.008	0.002	0.001	0.000	0.000
2%	0.552	0.372	0.226	0.138	0.084	0.051	0.031	0.019
Factor de descuento equivalente	0.286	0.157	0.085	0.049	0.029	0.017	0.010	0.006
Tasa de descuento equivalente	4.26	3.77	3.35	3.07	2.88	2.74	2.64	2.56

#### B) Segunda combinación de escenarios

( $p_1=2/3$ ,  $p_2= 0$ ,  $p_3=1/3$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9%	0.063	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5%	0.193	0.064	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
2%	0.458	0.272	0.142	0.074	0.038	0.020	0.010	0.005
Factor de descuento equivalente	0.234	0.133	0.077	0.046	0.028	0.017	0.010	0.006
Tasa de descuento equivalente	4.96	4.12	3.49	3.12	2.90	2.75	2.64	2.56

#### C) Tercera combinación de escenarios

( $p_1=1/4$ ,  $p_2= 1/2$   $p_3=1/4$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9%	0.063	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5%	0.193	0.064	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
2%	0.458	0.272	0.142	0.074	0.038	0.020	0.010	0.005
Factor de descuento equivalente	0.273	0.140	0.070	0.038	0.022	0.013	0.008	0.005
Tasa de descuento equivalente	4.43	4.01	3.61	3.31	3.09	2.93	2.80	2.71

## Anexo N° 4

### Cálculo de la tasa social de descuento de largo plazo de Feldstein

#### A) Primera combinación de escenarios

( $p_1=1/3$ ,  $p_2= 1/3$ ,  $p_3=1/3$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9.64%	0.063	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.64%	0.193	0.064	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
2.64%	0.458	0.272	0.142	0.074	0.038	0.020	0.010	0.005
Factor de descuento equivalente	0.238	0.115	0.053	0.026	0.013	0.007	0.004	0.002
Tasa de descuento equivalente	4.90	4.41	3.99	3.72	3.52	3.39	3.28	3.20

#### B) Segunda combinación de escenarios

( $p_1=2/3$ ,  $p_2= 0$ ,  $p_3=1/3$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9.64%	0.063	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.64%	0.193	0.064	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
2.64%	0.458	0.272	0.142	0.074	0.038	0.020	0.010	0.005
Factor de descuento equivalente	0.195	0.097	0.048	0.025	0.013	0.007	0.003	0.002
Tasa de descuento equivalente	5.61	4.77	4.13	3.77	3.55	3.39	3.29	3.21

#### C) Tercera combinación de escenarios

( $p_1=1/4$ ,  $p_2= 1/2$   $p_3=1/4$ )

Escenarios de tasas de descuento	Factores de descuento en el periodo t							
	30	50	75	100	125	150	175	200
9.64%	0.063	0.010	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5.64%	0.193	0.064	0.016	0.004	0.001	0.000	0.000	0.000
2.64%	0.458	0.272	0.142	0.074	0.038	0.020	0.010	0.005
Factor de descuento equivalente	0.227	0.097	0.048	0.025	0.013	0.007	0.003	0.002
Tasa de descuento equivalente	5.07	4.77	4.13	3.77	3.55	3.39	3.29	3.21